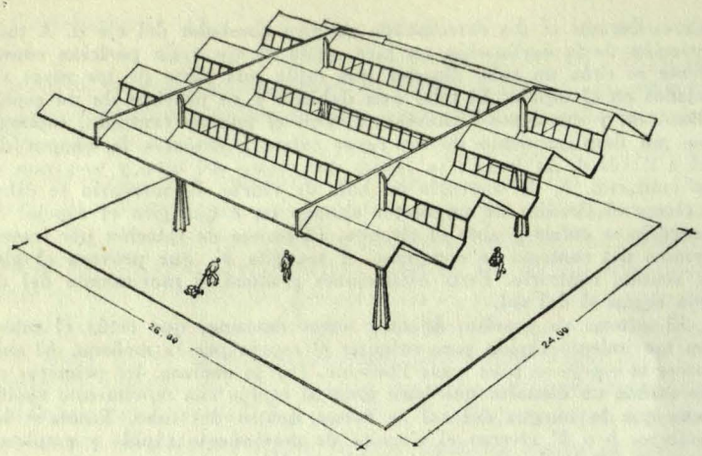


Perspectiva de una unidad de la cubierta.

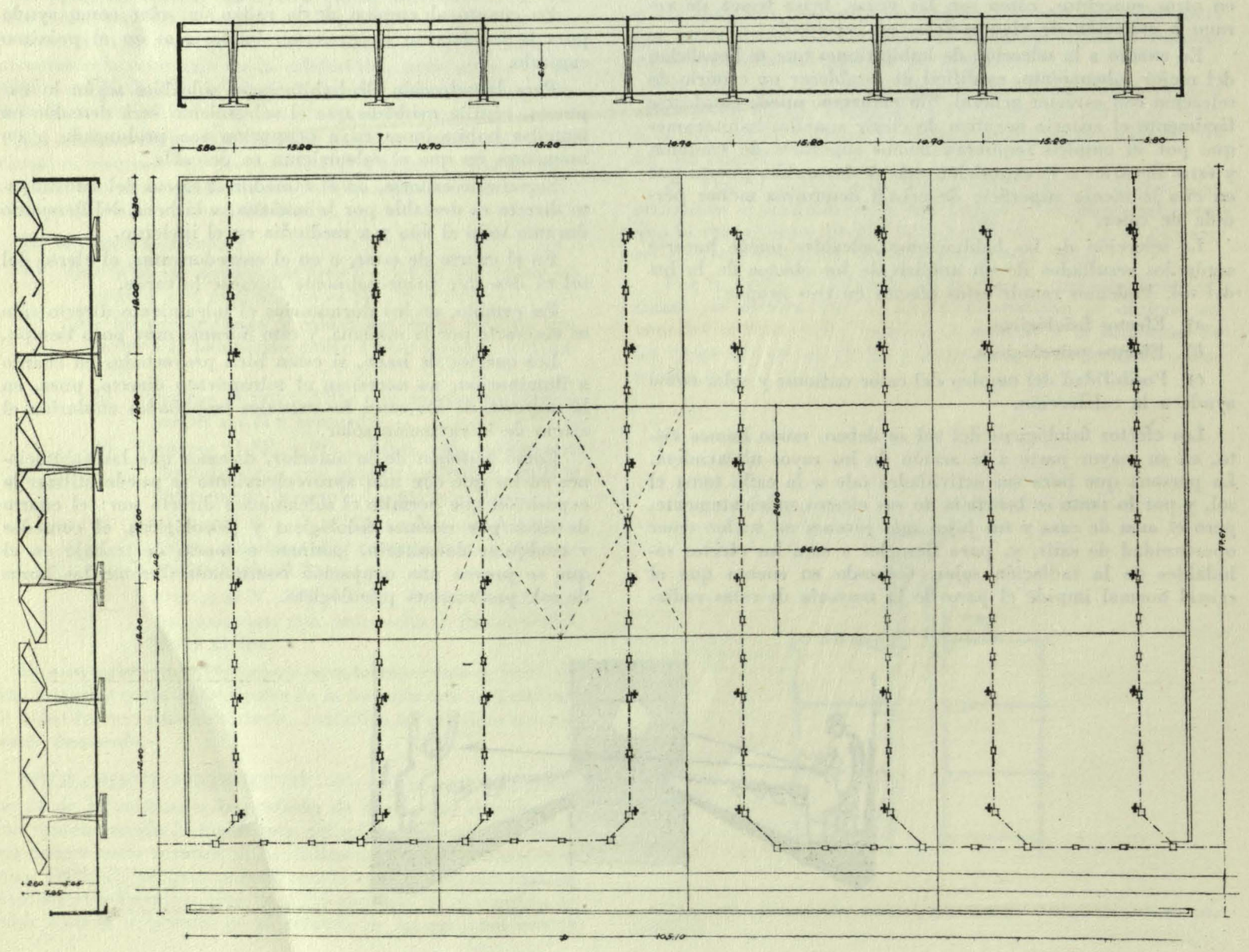
CUBIERTA PRISMATICA DE HORMIGON ARMADO EN LA CIUDAD DE MEXICO

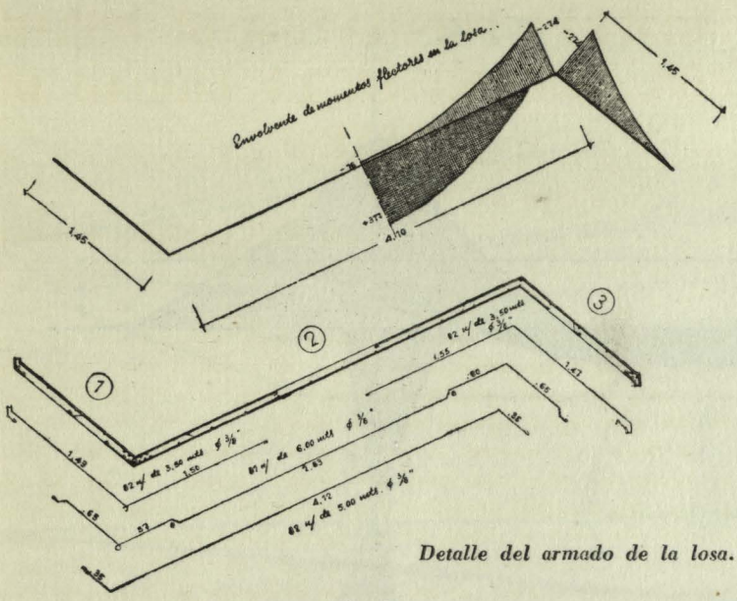
Por FELIX CANDELA, Arquitecto

La cubierta en diente de sierra que vamos a describir es una estructura laminar prismática, entendiendo por tal toda estructura constituída por losas planas e inclinadas, unidas formando ángulos diedros. La teoría general de las estructuras prismáticas *(Faltwerke* en alemán) ha sido desarrollada principalmente por los alemanes EHLERS, CRAEMER y GRUBER, y está basada en la acción conjunta de las losas de que están compuestas, utilizando no solamente su aptitud para resistir momentos producidos por fuerzas normales a su plano (acción de losa), sino también su capacidad resistente, como placas o vigas de gran altura y poco espesor, a los momentos flectores producidos por fuerzas situadas en su mismo plano (acción de placa), y transmitiendo, principalmente por esta acción de placa, las cargas a los apoyos sin ayuda de otros elementos resistentes. Los apoyos pueden ser muros, estructuras reticulares o, como en este caso, vigas laminares de gran altura.

La disposición adoptada en este proyecto, a base de unidades independientes apoyadas, cada una, sobre cuatro soportes, ha sido dictada por las características especiales del subsuelo de la ciudad de México. Situada ésta sobre el relleno de un antiguo lago, el terreno de cimentación está constituído por una capa de gran espesor de arcilla bentonítica muy compresible, con una relación de huecos que llega a ser hasta de 12, y que, en muchos casos, tiene un 90 por 100 de agua. Como consecuencia de la consolidación de estas arcillas a medida que se rebaja progresivamente la presión del agua en el subsuelo, al extraerse ésta por bombeo en más de 2.000 pozos artesianos, se produce un asentamiento general de toda la ciudad, que es independiente de las cargas que gravitan sobre el terreno. Este asentamiento, que en algunas zonas es en la actualidad superior a 30 cm. por año, y en los últimos nueve años ha sido de 1,50 mts., es, además de progresivo, bastante irregular, lo que

Planta general de la nave y secciones.





Detalle del armado de la losa.

origina flexiones de la corteza, muy peligrosas para la estabilidad de los edificios, que se agrietan e inclinan.

Los edificios cimentados sobre pilotes quedan apoyados sobre éstos al contraerse las capas superiores del terreno, elevándose, por tanto, en relación con los demás. Esta elevación relativa tampoco es uniforme, ya que los pilotes se apoyan sobre una capa intermedia más dura que existe a unos 30 mts. de profundidad, y casi siempre fallan algunos por pandeo o por otras causas, con lo cual los edificios en cuestión se salen de plomo peligrosamente.

Independientemente de estas circunstancias, que citamos como dato curioso y quizá poco conocido en España, los asentamientos relativos, debidos al peso propio de la obra, no pueden ser uniformes en un terreno como el descrito y tratándose de estructuras de gran extensión y escasa rigidez en su conjunto. En el mejor de los casos, suponiendo que no intervengan las circunstancias de tipo general que hemos mencionado, los asentamientos serán siempre mayores en el centro que cerca del perímetro, y el conjunto tenderá a tomar una forma cóncava. Este hecho puede no representar un grave inconveniente en estructuras de hierro o de madera, por la homogeneidad del material y la disposición prácticamente articulada de las uniones, e incluso en estructuras de hormigón armado constituídas por elementos muy flexibles, como vigas de pequeña sección y losas horizontales; pero produciría consecuencias desastrosas en una estructura de hormigón como la que estamos describiendo, cuyos elementos tienen una rigidez intrínseca relativamente grande. Es indudable que de proyectarse la estructura continua sobre varios soportes, la distribución de esfuerzos en su estado final presentaría grandes diferencias con la supuesta en los cálculos, de no haber previsto con suficiente exactitud los asentamientos en cada punto, y aun en este caso es muy probable que las exigencias, en cuanto a secciones y armaduras, resultaran prohibitivas.

Por tanto se ha considerado necesaria la condición de que los elementos que forman la estructura estén apoyados en forma que se asemeje en lo posible a la disposición ideal de sustentación isostática. En general hemos adoptado para los elementos resistentes horizontales la disposición de viga apoyada en dos puntos con dos voladizos, con los apoyos colocados de tal modo que los momentos negativos sobre ellos sean sensiblemente iguales a los positivos en el centro del claro.

Indicaremos a continuación el procedimiento seguido para calcular un elemento de cubierta constituído por una losa de 8 cms. de espesor, cuya sección recta tiene la forma y dimensiones que se detallan en la figura 1, y que, de aquí en adelante, designaremos con el nombre de «ala», para simplificar nuestro escrito. La longitud de un ala es de 26 mts., distribuídos en dos voladizos de 5,40 mts. y un tramo central de 15,20 mts. de luz entre apoyos.

La teoría general, e incluso el cálculo numérico de un caso concreto de estructura prismática, puede verse en el trabajo de GRUBER (1); pero en nuestro caso, el cálculo se simplifica extraordinariamente por el isostatismo transversal y longitudinal del ala. Las cargas que actúan sobre

---

(1) ERNST GRUBER: «Berechnung prismatischer Scheibenwerke». *Mem. Assoc. Int. des Ponts et Charpentes.* Vol. I. 1932. Pág. 225.

Detalle del armado de las placas.

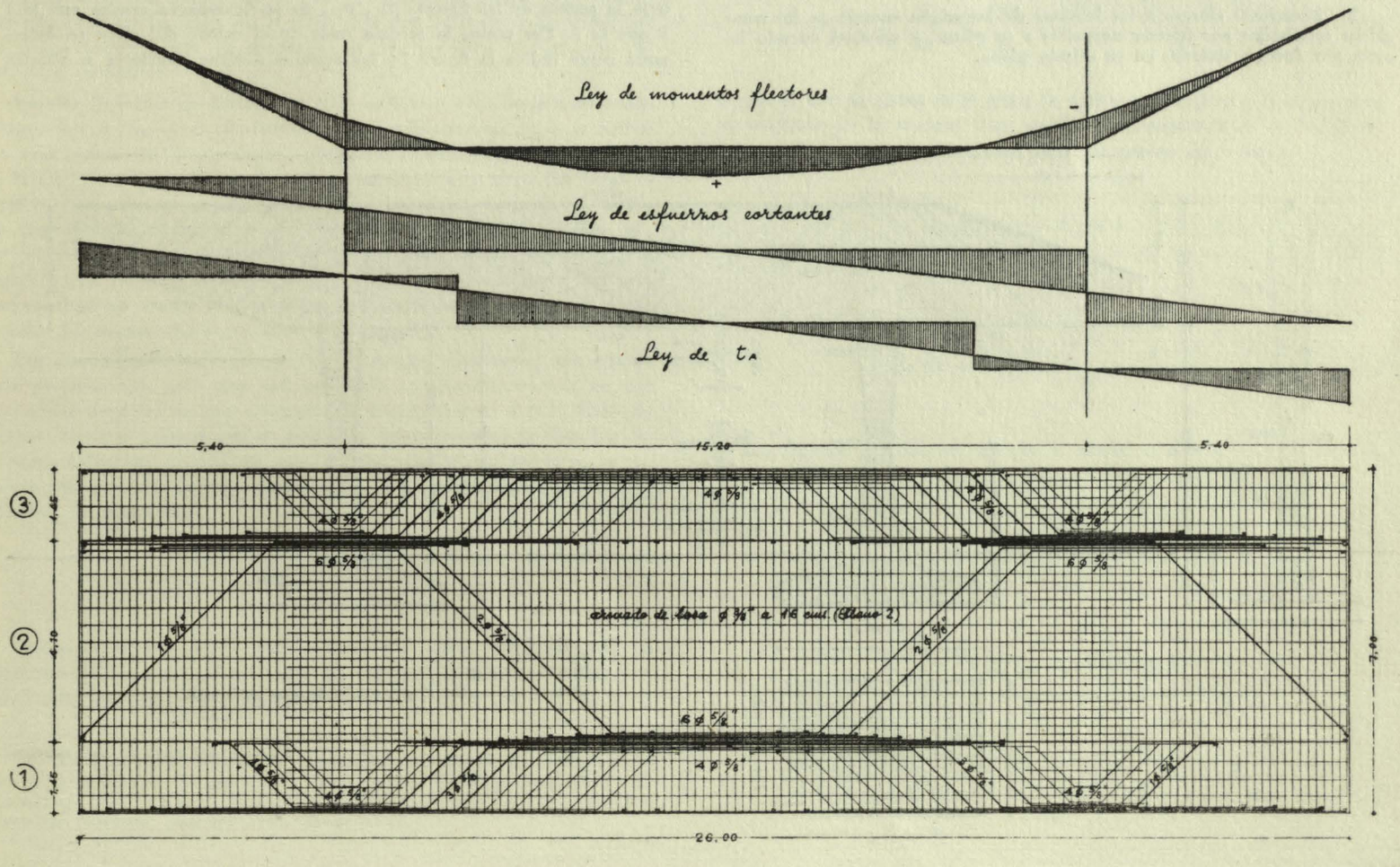
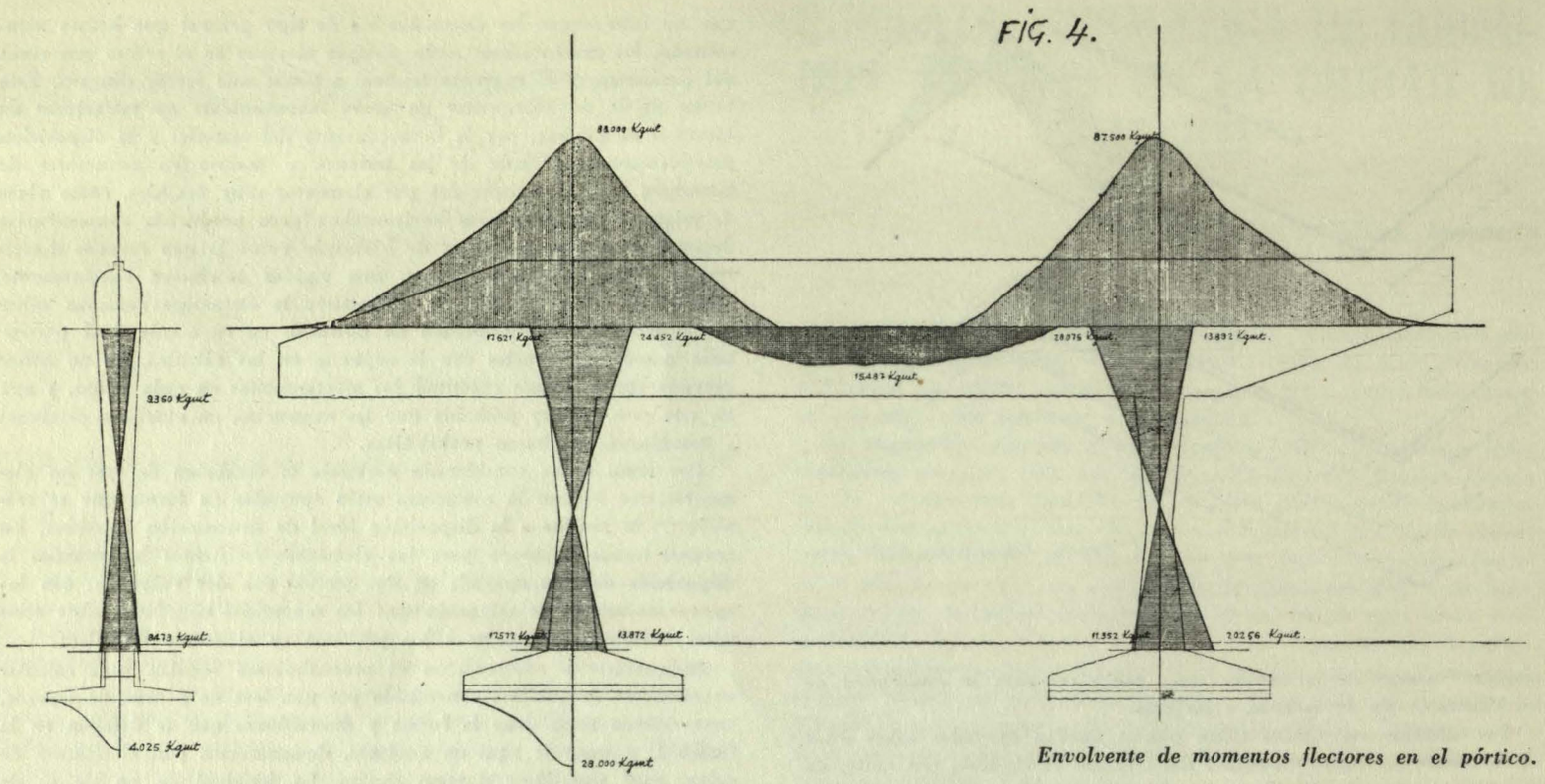


FIG. 4.

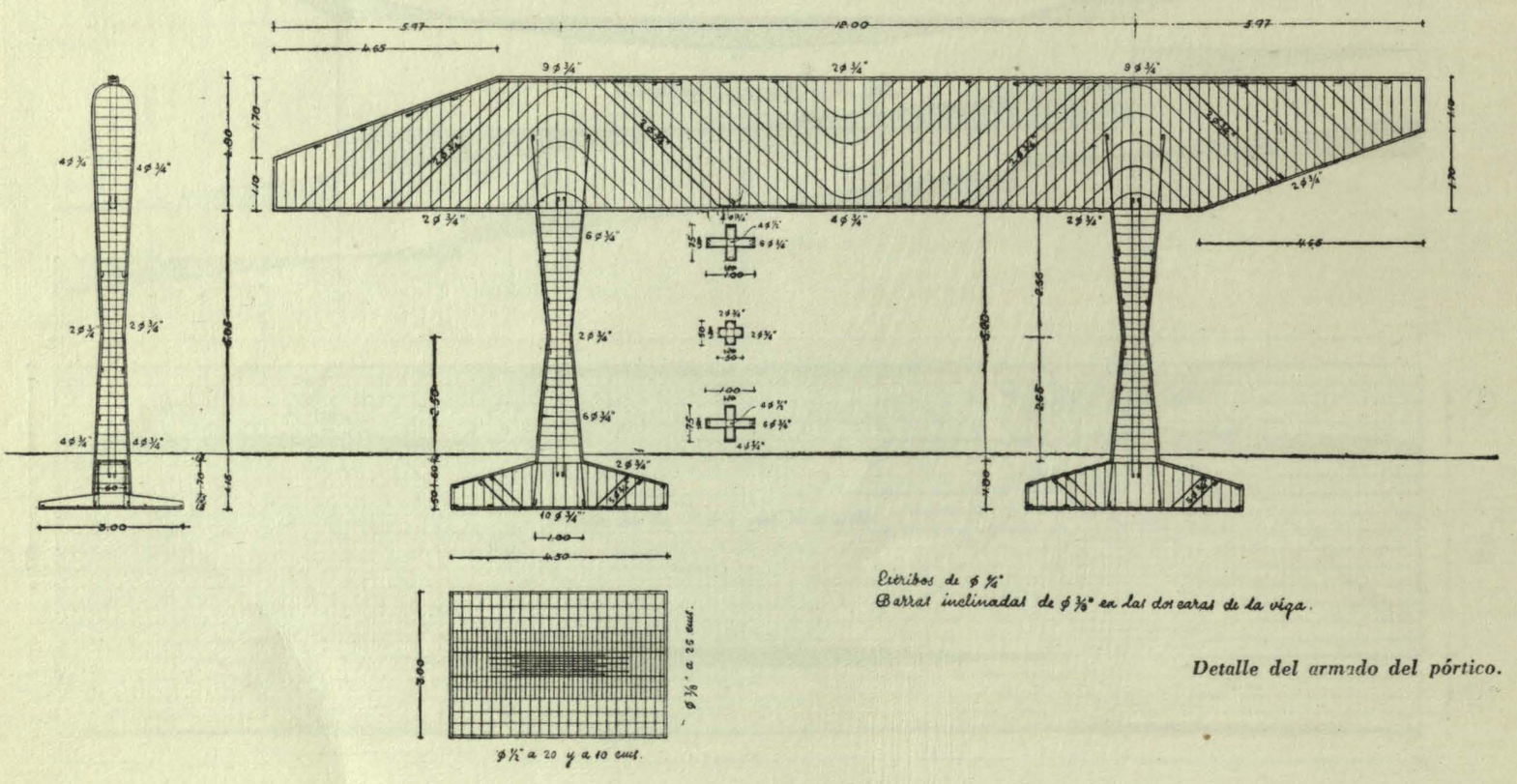


Envolvente de momentos flectores en el pórtico.

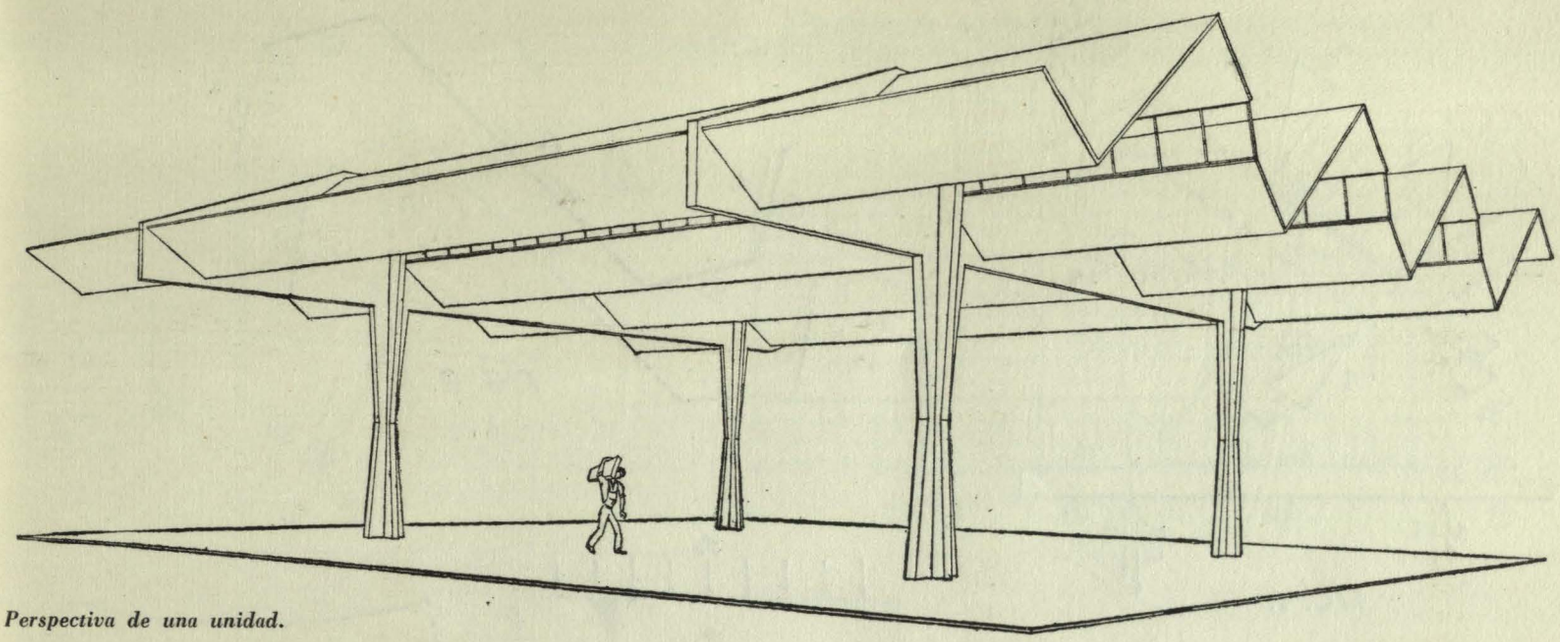
el ala (peso propio, nieve, viento y sobrecargas accidentales), y que en general son uniformes a lo largo de la misma, se descomponen según la normal y la línea de máxima pendiente de cada losa (fig. 1), calculándose éstas como una losa apoyada en dos rectas (las aristas) y con dos voladizos, cargada en cada tramo con las componentes normales c_{ni}. Las reacciones r que estas cargas producen en las aristas se descomponen según las direcciones de las dos losas que concurren en cada una de ellas, sumándose estas componentes con las c_{ni}, obtenidas anteriormente, para producir unas fuerzas totales p_1, p_2, p_3, que sirven de base para el cálculo de las placas (2).

(2) Llamamos «losas» a las láminas de hormigón cuando se las considera solicitadas por fuerzas normales a su plano, y «placas» cuando lo están por fuerzas situadas en su mismo plano.

Cuando las cargas no sean simétricas, o si el ala está formada por más de tres losas, en cuyo caso la estructura es hiperestática transversalmente (losa continua sobre varios apoyos), las reacciones de cada losa vienen modificadas, como es sabido, por la diferencia de momentos en los apoyos partida por la luz entre ellos. Pero además puede ocurrir que la flexión general del ala en sentido longitudinal produzca variaciones en la forma de la sección recta de la misma en puntos alejados de los apoyos, modificándose los ángulos diedros, y, por tanto, los momentos en las aristas. Ilustraremos este concepto con un ejemplo. Supongamos un ala cuya sección recta tenga la forma de la figura 2. Las placas 1 y 5 son, evidentemente, mucho menos rígidas que la 3, y bajo la acción de las fuerzas p_1, p_3, p_5 se flexionarán mucho más la 1 5 que la 3. Por tanto, la sección recta en el centro del claro se deformará como indica la figura 2; los ángulos diedros inferiores se abrirán



Detalle del armado del pórtico.



Perspectiva de una unidad.

y los superiores se cerrarán. Los momentos de losa que, como consecuencia de tales variaciones, se producen en las aristas son de tal magnitud que hacen imposible el empleo de esta forma para luces grandes, a menos que se dispongan diafragmas intermedios que impidan la deformación de la sección recta.

Esto no ocurre en el caso que estamos tratando. En él, por la simetría de las cargas y de la forma, y por el isostatismo transversal de la misma, podemos hallar las fuerzas p_1 , p_2 , p_3 sustituyendo simplemente las cargas por sus resultantes P_A y P_B en las aristas y descomponiendo estas resultantes según las direcciones de las dos losas contiguas (fig. 3).

Si las tres placas no estuvieran unidas a lo largo de las aristas comunes A y B, actuarían como simples vigas uniformemente cargadas por sus respectivas p, y se calcularían sus secciones a flexión simple. Sin embargo, la acción monolítica de las tres placas introduce unos esfuerzos adicionales a lo largo de A y B, que son análogos a los esfuerzos de desgarramiento que se producen en las secciones horizontales de una viga cualquiera.

Veamos la forma de determinar estos esfuerzos (3): Supongamos dos placas, *1* y *2* (fig. 4 a), flexionando independientemente bajo la acción de unas cargas, p_1 y p_2 Ambas placas se deformarían, como muestra la figura 4 (b). Sin embargo, la acción monolítica a lo largo del borde B impide, evidentemente, el desplazamiento relativo a lo largo de tal borde. En consecuencia, aparecen en el mismo esfuerzo de desgarramiento t_B, de tal magnitud que produzcan el tipo de deformación que indica la figura 4 (c). En otras palabras, las deformaciones, y por tanto las fuerzas elásticas en ambas placas, deben ser iguales a lo largo del borde común. Lo mismo ocurre en las demás aristas.

Por consiguiente, cada una de las placas que constituyen una estructura prismática de este tipo está solicitada en general, además de por sus cargas normales p, por esfuerzos de desgarramiento t a lo largo de sus dos bordes. Aunque por el momento no se conozca la distribución de estos esfuerzos, es evidente que, en una sección cualquiera x, se sumarán para producir fuerzas normales N_A. N_B , en los bordes superior e inferior, de magnitud.

$$N = \int_0^X t\,dx \qquad (1)$$

Cualquier sección de la placa estará, por tanto, solicitada por un momento flector M_O producido por las cargas p, y por dos fuerzas longitudinales de borde N_A , N_B (fig. 4 (d).

(3) La exposición que sigue (no muy rigurosa en su forma), relativa a la obtención de las t y N, está tomada de George Winter and Minglund Pei: «Hipped Plate Construction». *Journal of the American Concrete Institute*. January 1947. Tittle 43-16.

Puesto que en todos los puntos de un borde común los esfuerzos t son iguales y opuestos en las dos placas contiguas, también lo serán las fuerzas N.

Los signos de estas fuerzas N se tomarán como positivos, si las fuerzas elásticas causadas por ellos en los bordes son del mismo signo que las causadas por un momento positivo M_O (fig. 4 (d).

Con esta convención de signos, las fuerzas elásticas en las fibras extremas de una placa, debidas a M_O , N_A , N_B , son

$$f_A = -\frac{N_A}{A} + \frac{N_B}{A} - \frac{\left(M_O + N_A\frac{h}{2} + N_B\frac{h}{2}\right)}{R} \qquad (2)$$

$$f_B = -\frac{N_A}{A} + \frac{N_B}{A} + \frac{\left(M_O + N_A\frac{h}{2} + N_B\frac{h}{2}\right)}{R} \qquad (3)$$

en donde h es la altura de la placa de ancho b, A el área y R el momento resistente de la sección. Para secciones rectangulares $A = bh$, $R = 2/h = bh^2/6$, y las fórmulas (2) y (3) quedan en la forma

$$f_A = -\frac{M_O + \frac{2}{3}N_A h + \frac{1}{3}N_B h}{R} \qquad (2_a)$$

$$f_B = \frac{M_O + \frac{1}{3}N_A h + \frac{2}{3}N_B h}{R} \qquad (3_a)$$

Las fuerzas elásticas en dos placas contiguas n y $n + 1$, deben ser iguales a lo largo del borde común, como ya se dijo. Por tanto,

$$f_{An} = f_{Bn+1} \qquad (4)$$

y de (2a) y (3a) se obtiene

$$\frac{M_{On} + \frac{1}{3}N_{n-1}h_n + \frac{2}{3}N_n h_n}{R_n} =$$

$$= -\frac{M_{On+1} + \frac{2}{3}N_n h_{n+1} + \frac{1}{3}N_{n+1}h_{n+1}}{R_{n+1}} \qquad (4_a)$$

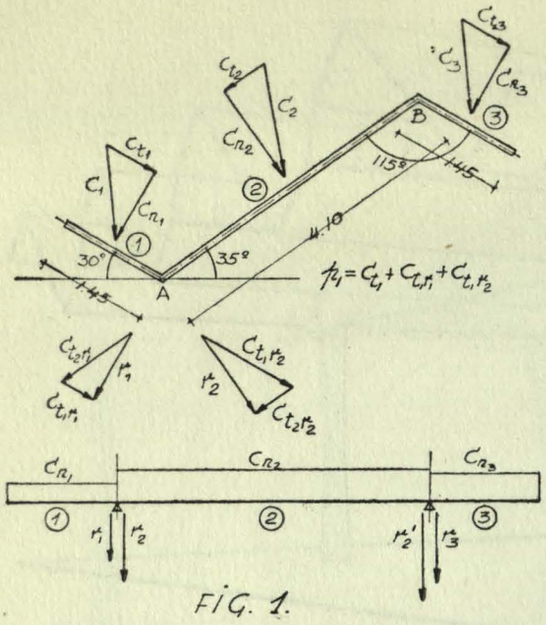


FIG. 1.

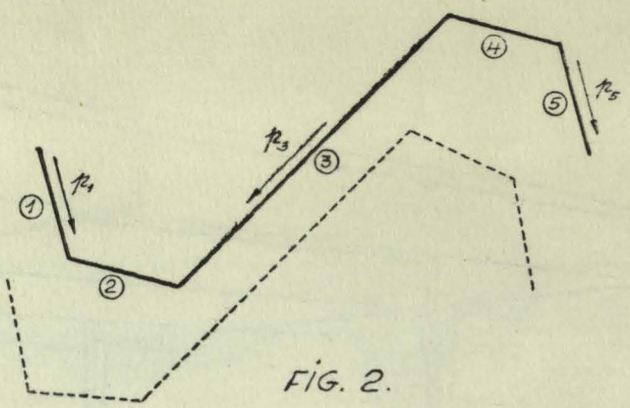


FIG. 2.

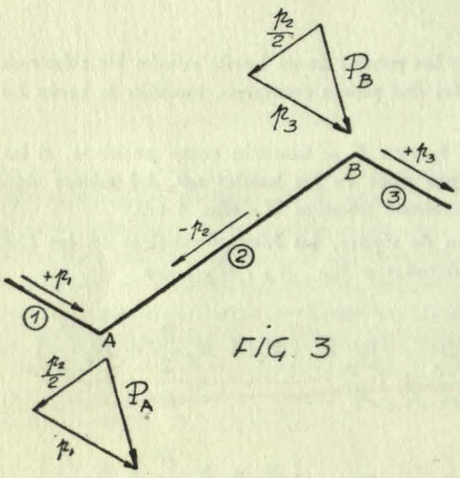
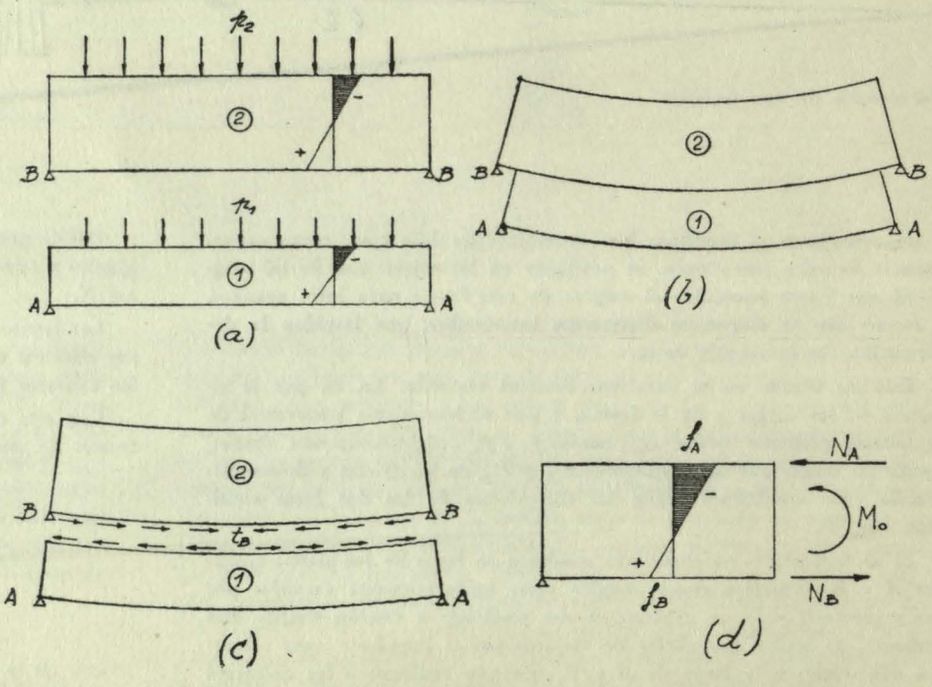


FIG. 3



ordenando esta ecuación queda en la forma

$$N_{n-1}\frac{h_n}{R_n}+2N_n\left(\frac{h_n}{R_n}+\frac{h_{n+1}}{R_{n+1}}\right)+$$

$$+N_{n+1}\frac{h_{n+1}}{R_{n+1}}=-3\left(\frac{M_{On}}{R_n}+\frac{M_{On+1}}{R_{n+1}}\right) \qquad (5)$$

Invirtiendo la ecuación (1) tenemos

$$\frac{dN}{dx}=t \qquad (6)$$

y como se sabe

$$\frac{dM_O}{dx}=V_O \qquad (7)$$

siendo V_O el esfuerzo cortante producido en cualquier placa por su carga p.

Diferenciando la ecuación (5) con respecto a x, y teniendo en cuenta (6) y (7), tenemos

$$t_{n-1}\frac{h_n}{R_n}+2t_n\left(\frac{h_n}{R_n}+\frac{h_{n+1}}{R_{n+1}}\right)+$$

$$+t_{n+1}\frac{h_{n+1}}{R_{n+1}}=-3\left(\frac{V_{On}}{R_n}+\frac{V_{On+1}}{R_{n+1}}\right) \qquad (8)$$

Las ecuaciones (5) y (8) son de la misma forma que la ecuación de los tres momentos para una viga continua, y se pueden escribir tantas ecuaciones de estos tipos como aristas comunes existan en la estructura, es decir, tantas como incógnitas N o t. Para resolver estos sistemas de ecuaciones puede emplearse el método de distribución, o de CROSS, utilizando una viga transformada, cuyos tramos sean de luces h_n cuyos momentos de inercia sean los R_n y en la que se tomen M_{On}/h_n o V_{On}/h_n como momentos de empotramiento perfecto para cada tramo.

Insistimos, sin embargo, en que solamente podrá emplearse este sistema de obtención de las N y t, cuando se tenga la seguridad de que no se producen importantes variaciones en la forma de la sección recta de la estructura. En caso contrario hay que recurrir a la teoría más exacta, expuesta por GRUBER (4).

Cuando todas las placas tienen el mismo espesor, la ecuación (8) puede escribirse

$$t_{n-1}\frac{1}{h_n}+2t_n\left(\frac{1}{h_n}+\frac{1}{h_{n+1}}\right)+$$

$$+t_{n+1}\frac{1}{h_{n+1}}=-3\left(\frac{V_{On}}{h_n^2}+\frac{V_{On+1}}{h_{n+1}^2}\right) \qquad (9)$$

y análogamente la (5).

---

(4) ERNST GRUBER: «Die Berechnung äusserlich statisch unbestimmter prismatischer Scheibenwerke». *Mem. Assoc. Int. des Ponts et Charpentes*. Vol. III. 1935. Pág. 134.

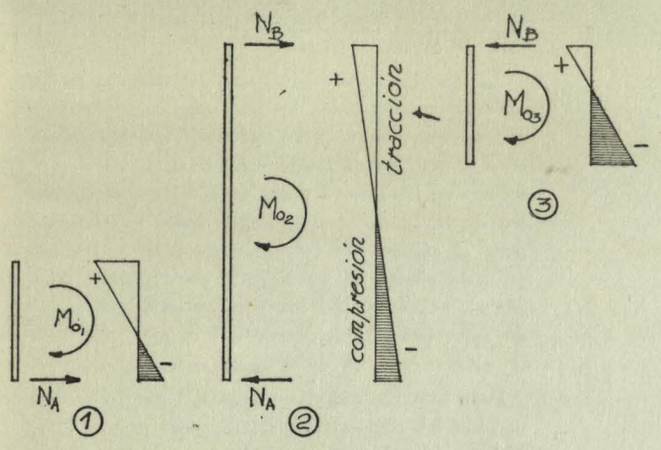


FIG. 5.

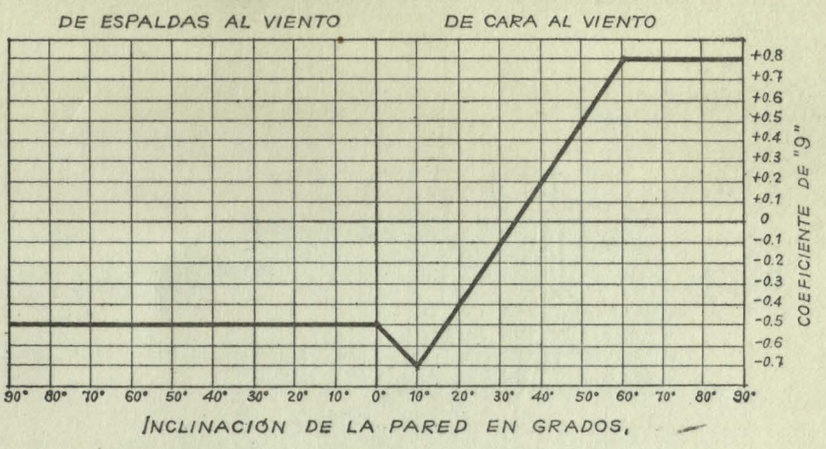


FIG 6

Diferenciando de nuevo la ecuación (9) respecto de x, y teniendo en cuenta que $\dfrac{dV_O}{dx} = p$, obtenemos

$$t'_{n-1} + \frac{1}{h_n} + 2t'_n\left(\frac{1}{h_n} + \frac{1}{h_{n+1}}\right) + t'_{n+1}\frac{1}{h_{n+1}} = -3\left(\frac{p_n}{h_n^2} + \frac{p_{n+1}}{h_{n+1}^2}\right) \qquad (10)$$

siendo t'_n el incremento de t_n por unidad de longitud, que es constante si las cargas son uniformemente repartidas.

En nuestro caso, por simetría, $t'_A = t'_B$, y nos basta con una ecuación del tipo (10), que será

$$2t'_A\left(\frac{1}{1.45} + \frac{1}{4.10}\right) + t'_A\frac{1}{4.10} = -3\left(\frac{p_1}{1.45^2} + \frac{p_2}{4.10^2}\right)$$

despejando t'_A obtenemos

$$t'_A = -0{,}676\,p_1 - 0{,}0845\,p_2$$

teniendo en cuenta que las p son positivas cuando van en la dirección que indica la figura 3.

Análogamente

$$t_A = t_B = -0{,}676\,V_{O_1} - 0{,}0845\,V_{O_2}$$

$$N_A = N_B = -0{,}676\,M_{O_1} - 0{,}0845\,M_{O_2}$$

Como se ve por estas ecuaciones, la distribución de t, al variar x, sigue la misma ley que la de esfuerzos cortantes, y la de las N es semejante a la ley de momentos flectores, es decir, que para carga uniformemente repartida siguen leyes lineal y parabólica respectivamente, coincidiendo sus máximos con los de las funciones de V_O y M_O.

Consideremos ahora en nuestra estructura el caso del peso propio y estudiemos las solicitaciones producidas en las secciones de placa situadas sobre el apoyo por las cargas p_1, p_2, p_3 que actúan en el voladizo de 5,40 mts.

$c = 0{,}08 \times 2400 = 192 \simeq 200$ Kg./m2.

$p_A = p_B = 200\ (1{,}45 + 2{,}05) = 700$ Kg./ml. en dirección vertical.

$$p_1 = p_3 = 700\,\frac{\cos 35^\circ}{\operatorname{sen} 65^\circ} = 700 \times 0{,}904 = 633 \text{ Kg./ml.}$$

$$\frac{p_2}{2} = -700\,\frac{\cos 30^\circ}{\operatorname{sen} 65^\circ} = -700 \times 0{,}955 = -668{,}50 \text{ Kg./ml.}$$

$$p_2 = -1337 \text{ Kg./ml.}$$

$$t'_A = t'_B = -0{,}676 \times 633 + 0{,}0845 \times 1337 = -315 \text{ Kg./ml.}$$

Sobre el apoyo tendremos

$$M_{O_1} = M_{O_3} = p \times 5{,}40^2/2 = 14{,}58 \times 633 = 9.229 \text{ Kgmts.}$$

$$M_{O_2} = -14{,}58 \times 1337 = -19.493 \text{ Kgmts.} \quad (5)$$

$$V_{O_1} = V_{O_3} = 5{,}40\,p_1 = 5{,}40 \times 633 = 3.418 \text{ Kgs.}$$

$$V_{O_2} = -5{,}40\,p_2 = -5{,}40 \times 1337 = -7.219 \text{ Kgs.}$$

$$N_A = N_B = -14{,}58\,(0{,}676\,p_1 + 0{,}0845\,p_2) = -14.58\,t'_A = -14{,}58 \times 315 = -4.593 \text{ Kg.}$$

$$t_A = t_B = -5{,}40\,t'_A = -5{,}40 \times 315 = -1.701 \text{ Kg/ml.}$$

La placa *1* estará solicitada por el momento flector M_{O_1} y la fuerza de tracción N que actúa en el borde inferior o, lo que es lo mismo, por el momento flector

$$M_1 = M_{O_1} - N_A\,h_1/2 = 9.229 - 4.593 \times 0{,}725 = 5.900 \text{ Kgmts.}$$

y la fuerza de tracción N_A aplicada en el centro de la sección. El reparto de esfuerzos para la sección homogénea sería el que se indica en la figura 5.

La placa *3* estará solicitada por el momento $M_3 = M_1$ y la fuerza centrada de compresión $N_B = N_A$. En la figura 5 se indica también el reparto de esfuerzos correspondientes a la sección homogénea.

En la placa *2* actúa el momento flector M_{O_2} y dos fuerzas iguales y opuestas de valor $N_A = N_B$ en sus dos bordes. La solicitación será de flexión simple con un momento flector

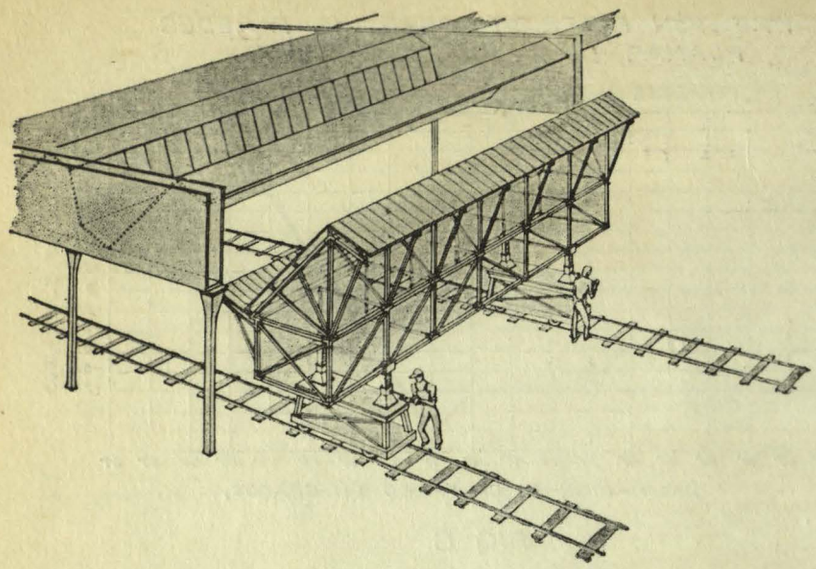
$$M_2 = M_{O_2} + N_A\,h_2 = 19.943 + 4.591 \times 4{,}10 = 38.324 \text{ Kgmts.}$$

Con estos datos podemos dimensionar las secciones por los procedimientos usuales a flexión simple o compuesta. Hay que tener en cuenta, sin embargo, para el cálculo a esfuerzo cortante, que la distribución de esfuerzos tangenciales en la sección viene modificada por la existencia de los esfuerzos t_A (6).

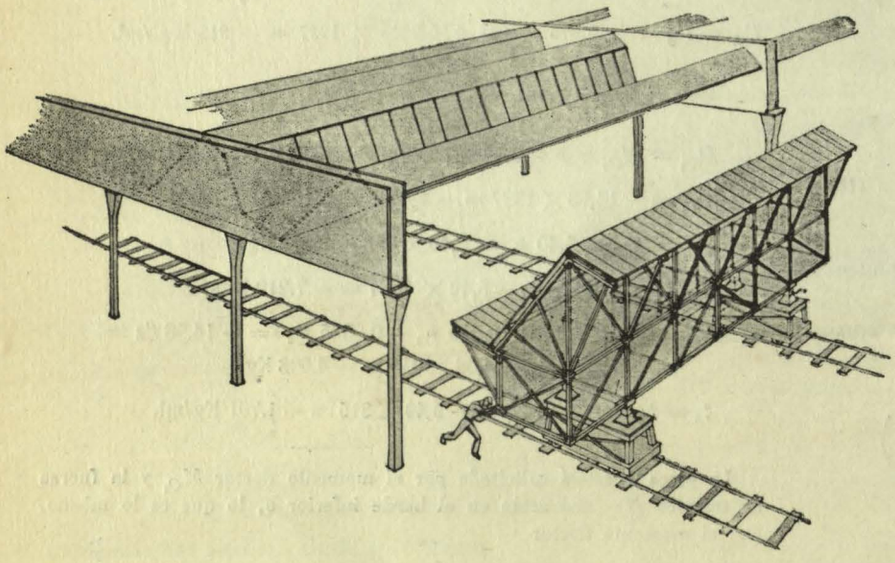
---

(5) En un caso más complicado es muy importante seguir rigurosamente la convención de signos que se fije para las fuerzas y momentos. En este caso sencillo es fácil imaginarse el sentido de los esfuerzos, y hemos descuidado esta cuestión en lo que sigue para no complicar más la exposición.

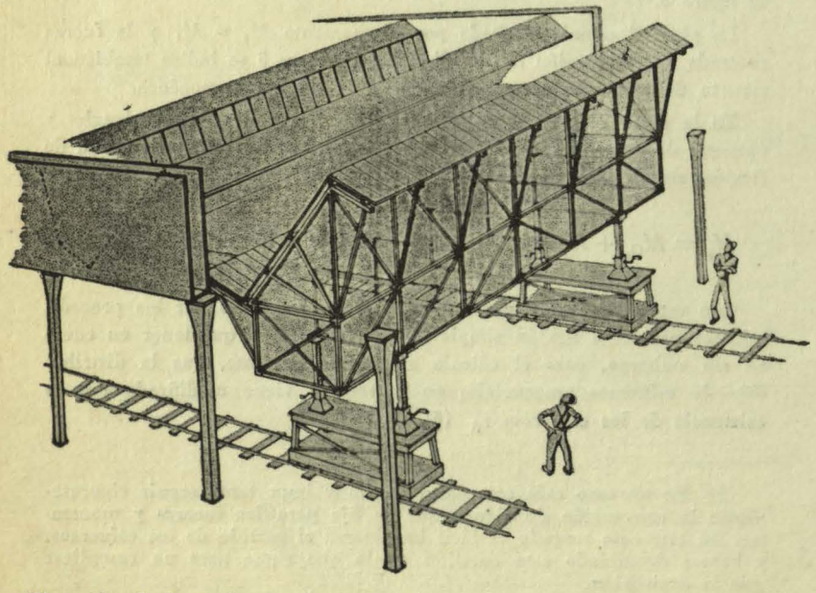
(6) Véase a este respecto la obra citada de WINTER y PEI.



Gatos elevados. Cimbra en disposición para hacer el colado.



Gatos bajados. Traslado de la cimbra.



Elevación de la cimbra.

Análogamente pueden hallarse las solicitaciones en otra sección del ala y las debidas a otras formas de carga.

En los planos se representan las envolventes de momentos para todos los casos de carga considerados, que son: peso propio, sobrecarga de 40 Kg/m2., cargas aisladas de 80 Kgs. en los extremos de las losas 1 y 3 y de 120 Kgs. en el centro de la losa 2 (estas cargas aisladas solamente para el cálculo de esfuerzos de losa) y un empuje de viento de 70 Kg/m2. en dirección horizontal, considerando los casos más desfavorables de dirección de incidencia del mismo, así como la existencia o no de ventanas y muros.

Para este estudio del efecto del viento se han seguido las reglas francesas de 1946 (7). De ellas está tomado el gráfico que insertamos a continuación, por estimarlo de interés (fig. 6). Además de estas acciones sobre las superficies exteriores, las reglas tienen en cuenta una presión, sobre las superficies internas, de $\pm$ *0,3 q* cuando solamente existen aberturas pequeñas en el edificio (el signo depende de que las aberturas estén en mayoría cara al viento o se encuentren repartidas en todas direcciones). Cuando se trate de aberturas grandes, o incluso supresión de algún muro, se considera una presión interior de $+$ *0,8 q* si el viento se mete en el edificio y de $-$ *0,5 q* si la abertura está de espaldas al viento. *q* es la presión del viento en dirección horizontal, medida en Kg/m2. de superficie vertical.

Como se ve por los planos de detalle, las armaduras necesarias son muy moderadas y el costo de la estructura compite ventajosamente con el de una de hierro del mismo tipo, siempre que el número de elementos iguales justifique el empleo de un encofrado rodante.

El cálculo de las vigas de apoyo, que se consideran unidas formando un pórtico con los dos soportes correspondientes, no ofrece particularidades dignas de mención, ya que su altura no es lo suficientemente grande con relación a la luz para que haya que recurrir a la teoría de vigas-pared. Puede considerarse, con aproximación suficiente, como uniformemente repartida sobre la viga la carga que transmiten las alas.

La forma de los soportes se adapta a la ley de momentos en los mismos, y la cimentación se ha proyectado mediante zapatas aisladas, que transmiten al terreno una carga media de 0,5 Kg/cm2.

Como resumen, consideramos que este tipo de cubierta resuelve, limpia y económicamente, el problema del «diente de sierra», y su cálculo no presenta mayores dificultades que el de una estructura de hormigón armado del tipo usual.

---

(7) *Regles definissant les effets de la neige et du vent sur les constructions.* Ministère de la Reconstruction et de l'Urbanisme. Regles N. V. 1946.